

## Заочная олимпиада ННЦ по астрономии и физике космоса (XXV Открытая олимпиада Центральной России – LIX Олимпиада ННЦ)

Центральный оргкомитет:

URL: <http://www.astroturnir.ru/2024/>  
e-mail: [astroturnir@mail.ru](mailto:astroturnir@mail.ru)

1-8 апреля 2024 г.

### Решение задач для 9 класса

1. **Полая Луна.** При плотности  $\rho = 5,5 \text{ г/см}^3 = 5,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  вещество Луны массой  $M = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг}$  занимало бы объём

$$U = M/\rho = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг} / 5,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 = 1,34 \cdot 10^{19} \text{ м}^3.$$

Реальный объём Луны больше:

$$V = 4/3 \cdot \pi \cdot R^3 = 4/3 \cdot \pi \cdot (1,74 \cdot 10^6)^3 = 2,21 \cdot 10^{19} \text{ м}^3.$$

Разность этих объёмов  $\Delta V = V - U = 8,7 \cdot 10^{18} \text{ м}^3$  и есть искомый объём полости.

Объём  $\Delta V = 8,7 \cdot 10^{18} \text{ м}^3$  будет иметь шар с диаметром  $D$ :

$$\Delta V = \pi/6 \cdot D^3, \quad D = (6\Delta V/\pi)^{1/3}, \quad D = 2,55 \cdot 10^6 \text{ м}.$$

Это почти  $3/4$  диаметра Луны. Удивительно, не правда ли?

2. **Наиболее яркий Сатурн.** Наиболее яркой на земном небе внешняя планета бывает в противостояние. Противостояние бывает за половину синодического периода до или через половину синодического периода после соединения.

Синодический период Сатурна:

$$T_{\text{син}} = (T_{\text{с}}T_{\text{з}})/(T_{\text{с}} - T_{\text{з}}) = 10759,2 \times 365,26 / (10759,2 - 365,26) \approx 378,1 \text{ сут},$$

или 1 календарный год плюс 13,1 дней (для обычных годов) или 12,1 дней (для високосных годов).

Очевидно, нам нужно найти тот год, когда, во-первых, существует 29 февраля (то есть, в течение первой четверти XXI века это только 2004, 2008, 2012, 2016, 2020 или 2024 годы) и, во-вторых, противостояние наиболее близко к 29 февраля.

В 2024 году противостояние будет через  $T_{\text{син}}/2 \approx 189$  суток после 29 февраля. Это начало сентября, точную дату для решения вычислять не нужно.

Далее будем рассматривать високосные годы в обратном порядке: 2020, 2016, 2012, 2008, 2004. При переходе в прошлое на каждые 4 года момент противостояния будет смещаться на более ранние даты на  $13,1 + 13,1 + 13,1 + 12,1 = 51,4$  дня. Таким образом, в 2020 году противостояние будет на  $189 - 51,4 = 137,6$  дней позже 29 февраля, в 2016 – на  $189 - 2 \times 51,4 = 86,2$ , в 2012 – на  $189 - 3 \times 51,4 = 34,8$  дней позже. А вот для 2008 года подобный расчёт даёт уже отрицательную величину:  $189 - 4 \times 51,4 = -16,6$ , то есть, это уже на 16,6 дней раньше 29 февраля. Для 2004 года ещё на 51,4 дня раньше, то есть за 68 суток до 29 февраля. Очевидно, наиболее близко к 29 февраля было противостояние 2008 года.

Вообще, известно (и интуитивно ясно), что повторение противостояний в примерно одни и те же даты происходит через 1 сидерический период обращения Сатурна, то есть, через 29,46 лет. Соответственно, противостояние примерно в ту же дату, что и нынешнее соединение, происходило примерно половину этого периода назад. Число, кратное 4, наиболее близкое к 14,73 – это 16. То есть, среди високосных лет это было 16 лет назад. 2008 год. (А среди не только високосных годов противостояние Сатурна, наиболее близкое к окончанию февраля, было 15 лет назад, в 2009 году).

Данные из сопроводительных таблиц могут быть использованы в любой задаче.

Ответ: в 2008 году.

3. **Комета.** Диаметр облака Оорта, откуда приходят кометы, – примерно 100 тыс. а.е., радиус – 50 тыс. а.е. При падении кометы на Солнце с такого расстояния большая полуось её орбиты составляет примерно 25 тыс. а.е. По третьему закону Кеплера период обращения такой кометы равен  $25000^{3/2} \approx 3\,950\,000$  или примерно 4 миллиона лет.

Оказывается, поэтесса не преувеличила! (И, кстати, наиболее яркими бывают именно такие, долгопериодические кометы).

4. **Жизнь Галилея.** Въ XVI вѣкѣ, когда родился Галилей (легко посчитать, что это былъ 1564 годъ), разница между григорианскимъ и юлианскимъ календарями составляла не 13, какъ сейчасъ, а всего 10 дней (разница съ 10 до 13 увеличивалась въ 1700, 1800 и 1900 годахъ изъ-за того, что въ эти годы по юлианскому календарю въ февралѣ было 29 дней, а по григорианскому – 28). Поэтому по григорианскому календарю Галилей родился 15+10 = 25 февраля. Въ этотъ день и нужно отмѣчать его 460-летіе.

Вычислимъ продолжительность жизни Галилея. Вычисленія проще проводить, используя юлианскій календарь, поскольку въ нёмъ каждые 4 года подрядъ всегда составляютъ  $3 \times 365 + 366 = 1461$  день. Дата 8 января 1642 года, очевидно, записана уже по григорианскому календарю. По юлианскому дата будетъ на 10 меньше, то есть, 29 декабря 1641 года. Раздѣлимъ его жизнь на періоды 15 февраля 1564 года – 15 февраля 1640 года – 15 февраля 1641 года – 29 декабря 1641 года. Первый періодъ – 76 лѣтъ – это 19 четырехлѣтнихъ цикловъ, т.е.  $19 \times 1461 = 27\,759$  дней, второй – 366 дней (сюда попадаетъ 29 февраля), третій –  $28+31+30+31+30+31+31+30+31+30+14 = 317$  дней. Такъ образомъ, въ общей сложности онъ прожилъ  $27\,759+366+317 = 28\,442$  дня.

5. **Меркурий и Сатурн.** Перейдѣм в синодическую систему отсчёта, в которой Солнце и Земля неподвижны, а другие планеты движутся вокруг Солнца со своими синодическими периодами. [Здесь нужно нарисовать соответствующий чертѣж]. При этом, если смотреть со стороны северного полюса эклиптики, внешние планеты движутся по часовой стрелке, а внутренние – против. Значит, Меркурий в период около верхнего соединения с Солнцем и Сатурн в период около своего соединения движется навстречу друг другу. Соответственно, их взаимное соединение произойдѣт в промежуток времени между  $11^{\text{h}}52^{\text{m}}$  28 февраля и  $0^{\text{h}}15^{\text{m}}$  29 февраля (по московскому времени).

Для Меркурия, который обращается вокруг Солнца существенно быстрее Земли, период синодического движения будет несколько больше его сидерического периода. А для Сатурна, который обращается вокруг Солнца существенно быстрее Земли, – несколько больше сидерического периода Земли. Таким образом, синодические периоды Меркурия и Сатурна сопоставимы – одного порядка по величине. Поскольку промежуток времени между  $11^{\text{h}}52^{\text{m}}$  28 февраля и  $0^{\text{h}}15^{\text{m}}$  29 февраля захватывает 12 часов 08 минут от 28 февраля и всего 15 минут от 29 февраля, при сопоставимых периодах взаимное соединение Меркурия и Сатурна произойдѣт 28 февраля.

Оба соединения происходят тогда, когда Меркурий и Сатурн на земном небе находятся около Солнца, поэтому, очевидно, что планеты видны не будут.

## 6. Киса из Кусы.

- 6.1. На снимке стареющая Луна в фазе 0,5 или чуть-чуть больше. Это означает, что до новолуния осталось  $\frac{1}{4}$  лунного месяца (т.е. синодического периода Луны, равного 29,53 сут) или чуть больше. Новолуние в предшествующий Олимпиаде месяц было в

Данные из сопроводительных таблиц могут быть использованы в любой задаче.

ночь 9/10 февраля, четверть лунного месяца до этого – вечер 2 февраля. Однако стареющая Луна бывает видна утром, а не вечером. Значит, действительно, фаза Луны чуть больше 0,5, до новолуния осталось чуть больше  $\frac{1}{4}$  лунного месяца, съёмка производилась утром 2 февраля. Найдём более точно время съёмки. На снимке терминатор Луны вертикален. Это значит, что Солнце находится на горизонте.

(Заметим, что вертикальный терминатор Луны не означает, что Луна кульминирует, как можно было бы предположить. Здесь более хитрая сферическая геометрия).

Восход Солнца 2 февраля на широте  $55^\circ$  происходит примерно в 7 часов 50 минут среднесолнечного времени (это нужно вспомнить или рассчитать). 7:50 утра солнечного времени для данной местности соответствует 8:50 утра местного (челябинского) времени, поскольку восточная долгота  $60^\circ$  соответствует часовой зоне UT+04, а используется местное время UT+05. Итак, ответ: 2 февраля в 8:50 утра.

*Примечание: На удивление точно получилось. В exif-данных снимка стоит дата 2 февраля и время 08:53.*

*Примечание: Заочная Олимпиада планировалась к проведению, начиная с марта, предполагалось, что «месяц, предшествующий Олимпиаде» – это февраль. Однако, поскольку Олимпиада продолжилась в апреле, решения, в которых участники посчитали предшествующим месяцем март, также считаются полностью правильными. Решение в этом случае аналогичное, новолуние в марте было 10 числа (или можно отталкиваться от новолуния 8 апреля, во время которого произошло солнечное затмение). Правильный ответ: 3 марта в 7:50 утра.*

- 6.2. Угловой размер Луны –  $9,3 \cdot 10^{-3}$  рад или  $32'$ . Размер морды кисы на снимке – около 25 мм, Луны на увеличенном в 2,5 раза фрагменте – 11 мм. Таким образом, угловой размер морды равен  $\beta = 9,3 \cdot 10^{-3}$  рад  $\times 2,5 \times 25 / 11 = 5,3 \cdot 10^{-2}$  рад =  $1/19$  рад. Размер морды можно оценить в  $B = 12$  см. Расстояние от фотоаппарата до кисы равно  $L = B / \beta = 12$  см  $\times 19 = 2,3$  м.

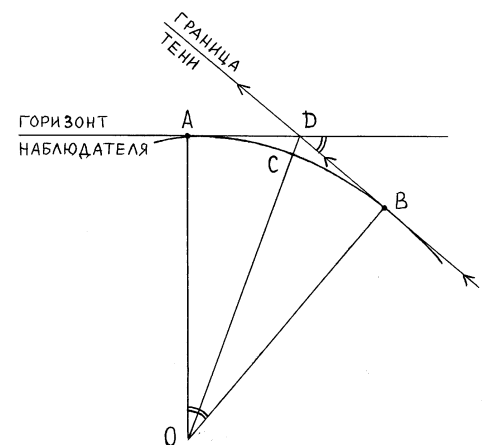
7. **Самолёт.** Описан весенний вечер, причём «уже заметно вызвездило даль». Важный момент в задаче, ключ к её решению – осознать, что же это значит. Можно предположить, что уже закончились гражданские сумерки, то есть центр Солнца опустился под горизонт более, чем на 6 градусов. Предположим, что это – около 7 градусов.

Высота полета самолёта будет наименьшей из возможных, если азимут самолёта равен текущему азимуту зашедшего Солнца (т.е. самолёт летит перпендикулярно терминатору). Для оценки наименьшей высоты полета сделаем чертеж в плоскости «наблюдатель–Солнце–центр Земли».

Точка А – наблюдатель, через точку В проходит терминатор, О – центр Земли, угол АОВ равен  $7^\circ$ .

Точка D – точка с наименьшей высотой, при которой самолёт освещён Солнцем и в то же время виден из точки А. В треугольнике DOB угол DOB равен  $3,5^\circ$ , высота самолёта  $CD = OD - OC = R/\cos 3,5^\circ - R \approx 12$  км.

Итак, чтобы сразу после гражданских сумерек самолёт, освещённый Солнцем, был виден на горизонте по азимуту, равному азимуту Солнца, он должен лететь на высоте около 12 километров. Такая высота доступна современным лайнерам.



Данные из сопроводительных таблиц могут быть использованы в любой задаче.