

Заочная олимпиада ННЦ по астрономии и физике космоса (XXV Открытая олимпиада Центральной России – LIX Олимпиада ННЦ)

Центральный оргкомитет:

URL: <http://www.astroturnir.ru/2024/>
e-mail: astroturnir@mail.ru

1-8 апреля 2024 г.

Решение задач для 8 класса

1. **Полая Луна.** При плотности $\rho = 5,5 \text{ г/см}^3 = 5,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ вещество Луны массой $M = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг}$ занимало бы объём

$$U = M/\rho = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг} / 5,5 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 = 1,34 \cdot 10^{19} \text{ м}^3.$$

Реальный объём Луны больше:

$$V = 4/3 \cdot \pi \cdot R^3 = 4/3 \cdot \pi \cdot (1,74 \cdot 10^6)^3 = 2,21 \cdot 10^{19} \text{ м}^3.$$

Разность этих объёмов $\Delta V = V - U = 8,7 \cdot 10^{18} \text{ м}^3$ и есть искомый объём полости.

Объём $\Delta V = 8,7 \cdot 10^{18} \text{ м}^3$ будет иметь шар с диаметром D :

$$\Delta V = \pi/6 \cdot D^3, \quad D = (6\Delta V/\pi)^{1/3}, \quad D = 2,55 \cdot 10^6 \text{ м}.$$

Это почти $3/4$ диаметра Луны. Удивительно, не правда ли?

2. **Наиболее яркий Сатурн.** Наиболее яркой на земном небе внешняя планета бывает в противостояние. Противостояние бывает за половину синодического периода до или через половину синодического периода после соединения.

Синодический период Сатурна:

$$T_{\text{син}} = (T_{\text{с}}T_{\text{з}})/(T_{\text{с}} - T_{\text{з}}) = 10759,2 \times 365,26 / (10759,2 - 365,26) \approx 378,1 \text{ сут},$$

или 1 календарный год плюс 13,1 дней (для обычных годов) или 12,1 дней (для високосных годов).

Очевидно, нам нужно найти тот год, когда, во-первых, существует 29 февраля (то есть, в течение первой четверти XXI века это только 2004, 2008, 2012, 2016, 2020 или 2024 годы) и, во-вторых, противостояние наиболее близко к 29 февраля.

В 2024 году противостояние будет через $T_{\text{син}}/2 \approx 189$ суток после 29 февраля. Это начало сентября, точную дату для решения вычислять не нужно.

Далее будем рассматривать високосные годы в обратном порядке: 2020, 2016, 2012, 2008, 2004. При переходе в прошлое на каждые 4 года момент противостояния будет смещаться на более ранние даты на $13,1 + 13,1 + 13,1 + 12,1 = 51,4$ дня. Таким образом, в 2020 году противостояние будет на $189 - 51,4 = 137,6$ дней позже 29 февраля, в 2016 – на $189 - 2 \times 51,4 = 86,2$, в 2012 – на $189 - 3 \times 51,4 = 34,8$ дней позже. А вот для 2008 года подобный расчёт даёт уже отрицательную величину: $189 - 4 \times 51,4 = -16,6$, то есть, это уже на 16,6 дней раньше 29 февраля. Для 2004 года ещё на 51,4 дня раньше, то есть за 68 суток до 29 февраля. Очевидно, наиболее близко к 29 февраля было противостояние 2008 года.

Вообще, известно (и интуитивно ясно), что повторение противостояний в примерно одни и те же даты происходит через 1 сидерический период обращения Сатурна, то есть, через 29,46 лет. Соответственно, противостояние примерно в ту же дату, что и нынешнее соединение, происходило примерно половину этого периода назад. Число, кратное 4, наиболее близкое к 14,73 – это 16. То есть, среди високосных лет это было

Данные из сопроводительных таблиц могут быть использованы в любой задаче.

16 лет назад, 2008 год. (А среди не только високосных годов противостояние Сатурна, наиболее близкое к окончанию февраля, было 15 лет назад, в 2009 году).

Ответ: в 2008 году.

3. Путешествие Земли. При рациональном способе решения не требуется вычислять длину светового года. Найдём орбитальную скорость Земли, считая орбиту окружностью, а движение равномерным, получается примерно 30 км/с. Это в 10000 раз меньше скорости света (примерно 300000 км/с). Следовательно, один световой год Земли проходит по орбите за 10 тыс. лет.

4. Жизнь Галилея. В XVI вѣкѣ, когда родился Галилей (легко посчитать, что это былъ 1564 годъ), разница между григоріанскимъ и юліанскимъ календарями составляла не 13, какъ сейчасъ, а всего 10 дней (разница съ 10 до 13 увеличивалась въ 1700, 1800 и 1900 годахъ изъ-за того, что въ эти годы по юліанскому календарю въ февралѣ было 29 дней, а по григоріанскому – 28). Поэтому по григоріанскому календарю Галилей родился 15+10 = 25 февраля. Въ этотъ день и нужно отмѣчать его 460-летіе.

Вычислимъ продолжительность жизни Галилея. Вычисленія проще проводить, используя юліанскій календарь, поскольку въ нёмъ каждые 4 года подрядъ всегда составляютъ $3 \times 365 + 366 = 1461$ день. Дата 8 января 1642 года, очевидно, записана уже по григоріанскому календарю. По юліанскому дата будетъ на 10 меньше, то есть, 29 декабря 1641 года. Раздѣлимъ его жизнь на періоды 15 февраля 1564 года – 15 февраля 1640 года – 15 февраля 1641 года – 29 декабря 1641 года. Первый періодъ – 76 лѣтъ – это 19 четырехлѣтнихъ цикловъ, т.е. $19 \times 1461 = 27\,759$ дней, второй – 366 дней (сюда попадаетъ 29 февраля), третій – $28+31+30+31+30+31+31+30+31+30+14 = 317$ дней. Такъ образомъ, въ общей сложности онъ прожилъ $27\,759+366+317 = 28\,442$ дня.

5. Меркурий и Сатурн. Перейдём в синодическую систему отсчёта, в которой Солнце и Земля неподвижны, а другие планеты движутся вокруг Солнца со своими синодическими периодами. [Здесь нужно нарисовать соответствующий чертѣж]. При этом, если смотреть со стороны северного полюса эклиптики, внешние планеты движутся по часовой стрелке, а внутренние – против. Значит, Меркурий в период около верхнего соединения с Солнцем и Сатурн в период около своего соединения движется навстречу друг другу. Соответственно, их взаимное соединение произойдёт в промежуток времени между $11^{\text{ч}}52^{\text{м}}$ 28 февраля и $0^{\text{ч}}15^{\text{м}}$ 29 февраля (по московскому времени).

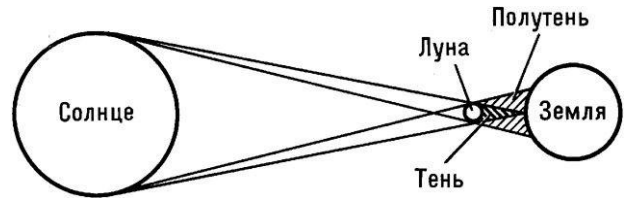
Для Меркурия, который обращается вокруг Солнца существенно быстрее Земли, период синодического движения будет несколько больше его сидерического периода. А для Сатурна, который обращается вокруг Солнца существенно быстрее Земли, – несколько больше сидерического периода Земли. Таким образом, синодические периоды Меркурия и Сатурна сопоставимы – одного порядка по величине. Поскольку промежуток времени между $11^{\text{ч}}52^{\text{м}}$ 28 февраля и $0^{\text{ч}}15^{\text{м}}$ 29 февраля захватывает 12 часов 08 минут от 28 февраля и всего 15 минут от 29 февраля, при сопоставимых периодах взаимное соединение Меркурия и Сатурна произойдёт 28 февраля.

Оба соединения происходят тогда, когда Меркурий и Сатурн на земном небе находятся около Солнца, поэтому, очевидно, что планеты видны не будут.

Данные из сопроводительных таблиц могут быть использованы в любой задаче.

6. Затмения.

6.1. Примерная схема солнечного затмения изображена справа.



6.2. Солнечные затмения происходят в новолуние при прохождении узлов лунной орбиты, то есть, не чаще, чем примерно через полгода. Соответственно, в прошлом году затмение было в новолуние либо примерно полгода назад, либо примерно год назад, а точнее – целое число синодических периодов Луны. Легко понять, что самое близкое целое число синодических периодов Луны – 6 или 12. Величину синодического периода нужно либо вспомнить, либо вычислить по стандартной формуле, зная периоды обращения Луны и Земли. 6 раз по 29,53 суток – это примерно 177 дней, 12 раз по 29,53 суток – примерно 354 дня. Легко посчитать (не забыть про високосный год!), что дата в октябре была на $31+30+31+31+29+31-177 = 6$ больше нынешней, то есть 14 октября, в апреле – на $366 - 354 = 12$ больше, то есть 20 апреля.

Примечание: В реальности затмение было 20 апреля 2023 года.

7. «Вояджер-1».

7.1. Проще всего можно решить задачу, вспомнив, что расстояние от Земли до Солнца свет (или радиосигнал) преодолевает за 499 секунд. Чтобы сигнал, посланный с Земли дошёл до «Вояджера-1» и вернулся обратно, ему нужно преодолеть в среднем

$$2 \times 163 = 326 \text{ а.е.}$$

На это уйдёт

$$326 \text{ а.е.} \times 499 \text{ с/а.е.} \approx 163\,000 \text{ с} \approx 2700 \text{ мин} \approx 45 \text{ час или почти двое суток.}$$

7.2. 163 а.е. – хоть и огромное расстояние в масштабах Солнечной системы, но слишком малое, чтобы заметить изменения конфигураций созвездий. Вспомним, что даже расстояния до ближайших звёзд на три с лишним порядка больше. Например, расстояние до ближайшей к нам видимой звезды Альфа Центавра равно 270 000 а.е., то есть примерно в 1700 раз больше. В результате даже Альфа Центавра сместится на небе (относительно дальних звёзд) всего на одну-две угловых минуты, а другие звёзды – ещё меньше. Кстати, можно заметить, что рефракция на Земле искажает созвездия вблизи горизонта гораздо сильнее.

Данные из сопроводительных таблиц могут быть использованы в любой задаче.