

XXIII Открытая олимпиада Центральной России – LVII Олимпиада ННЦ по астрономии и физике космоса

Решения задач для 10-11 класса

1. **Астероид.** То, что из-за параллактического смещения Прочион описывает на фоне далёких звёзд окружность диаметром $0,6''$, означает, что с Прочиона орбита астероида выглядит как окружность диаметром $0,6''$. Это возможно только в том случае, когда под этим углом видна как малая ось $2b$, так и проекция большой оси $2a$, вычисляемая по формуле:

$$2\gamma = 2a \cdot \sin \beta,$$

где β – угол наклона луча зрения к плоскости орбиты. Поскольку в нашем случае плоскость орбиты совпадает с плоскостью небесного экватора, данный угол есть не что иное, как склонение Прочиона, равное $\delta = 05^\circ 13' 30''$.

Из таблицы также находим, что параллакс Прочиона равен $0,286''$, это значит, что под таким углом с Прочиона видна одна астрономическая единица в Солнечной системе. Таким образом, получаем, что эллипс орбиты астероида имеет малую полуось, равную

$$b = 1 \text{ а.е.} \times 0,3''/0,286'' = 1,049 \text{ а.е.},$$

и большую полуось, равную

$$a = 1 \text{ а.е.} \times 0,3''/0,286'' / \sin 05^\circ 13' 30'' = 11,52 \text{ а.е.}$$

Зная большую полуось орбиты, по III закону Кеплера вычисляем период:

$$(T_a/T_3)^2 = (a_a/a_3)^3, \quad T_a = T_3 \times (11,52 \text{ а.е.}/1 \text{ а.е.})^{3/2} = 39,1 \text{ лет.}$$

2. **Переменная звезда.** Согласно эффекту Доплера, относительное изменение (увеличение/уменьшение) периода пропорционально отношению скорости удаления/приближения звезды к скорости света. Поскольку звезда удаляется от Солнца мы должны наблюдать больший период. Таким образом, $\Delta P/P = v/c$.

$$\Delta P = P \times v/c = 345\,678 \text{ с} \times 12/300\,000 = 13,83 \text{ с} \approx 14 \text{ с.}$$

$$P = P_0 - \Delta P = 345\,678 \text{ с} - 14 \text{ с} = 345\,664 \text{ с.}$$

Однако это неправильный ответ. Таким ответ был бы в том случае, если бы наблюдения велись наблюдателями на Солнце, от которого эта звезда удаляется со скоростью 12 км/с . Но наблюдения ведутся с Земли, которая сама движется относительно Солнца со скоростью 30 км/с .

Легко понять, что в середине-конце февраля (завершающаяся неделя) Земля в своём годовом движении вокруг Солнца движется как раз в направлении звезды Антарес (α Скорпиона). (Нарисовав чертёж, легко понять, что Земля в своём годовом движении движется в направлении той точки на небе, в которой было Солнце четверть года назад).

Данные из сопроводительных таблиц могут быть использованы в любой задаче.

Таким образом, в феврале месяце относительно Земли переменная звезда не удаляется от нас со скоростью 12 км/с, а приближается со скоростью

$$v_3 = 30 \text{ км/с} - 12 \text{ км/с} = 18 \text{ км/с}.$$

То есть, правильно:

$$\Delta P_3 = P \times v_3/c = 345\,678 \text{ с} \times 18/300\,000 = 20,74 \text{ с} \approx 21 \text{ с}.$$

$$P = P_0 + \Delta P_3 = 345\,678 \text{ с} + 21 \text{ с} = 345\,699 \text{ с}.$$

(Давать ответ с точностью более 1 с неуместно).

- 3. Южный Крест.** Вега из Антарктиды действительно не видна: светило со склонением $+38^\circ$ южнее параллели 52° южной широты не восходит. Иное дело Сириус, склонение которого -17° : южнее 73° южной широты он станет незаходящим, да и в прибрежной части материка Сириус находится над горизонтом большую часть суток. Если бы герою стихотворения удалось приблизиться к полюсу, он обязательно увидел бы эту ярчайшую из звёзд.

Если же герой стихотворения действительно видит на тёмном небе Южный Крест, но не видит Сириус, значит, он находится севернее 73° параллели, где Сириус ненадолго заходит за горизонт. Это может быть восточное побережье материка или Антарктический полуостров.

Прямое восхождение Сириуса – $6^{\text{h}}40^{\text{m}}$; его нижняя кульминация происходит в местную полночь тогда, когда Солнце имеет такое же прямое восхождение – то есть в начале июля. В этот период в Антарктиде, за исключением самых северных районов, полярная ночь, и незаходящий Южный Крест прекрасно виден на тёмном небе. [Точный расчёт показывает, что на широте 70° ю.ш. Сириус находится под горизонтом около 4 часов, и эти часы приходятся на тёмное время суток с апреля по август]. Оказывается, описанный поэтом астрономический пейзаж в Антарктиде всё же реален.

Может быть, нереально другое, само путешествие по Антарктиде в зимний сезон? Сами завершающие рывки к полюсу – да, они были во время антарктического лета. Но во время подготовки к этому рывку экспедиции зимовали, причём на весьма высоких широтах, 77° - 80° ю.ш.

- 4. Кольцо солнечного диска.** Во время затмения лунный диск затмевает $0,994^2 = 0,988036 \approx 0,988$ площади солнечного диска. Светить будет лишь незакрытая часть (кольцо) солнечного диска. В кольце остаётся примерно $1 - 0,988 = 0,012$ общей площади солнечного диска.

$$\Delta m = -2,5^{\text{m}} \lg 0,012 \approx 4,8^{\text{m}}.$$

Ответ: на 4,8 звёздной величины.

Примечание. В реальности – больше. Из-за потемнения к краю солнечного диска яркость его внешнего кольца явно меньше, кольцо светит слабее, чем 1,2% от всего диска, звёздная величина Солнца изменится больше, чем на 4,8 звёздной величины.

- 5. Разрушение Энцелада.** Сначала оценим работу, которую необходимо совершить для разрушения спутника. Предположим (*), что Энцелад распался на две равные части, и они разлетелись «на бесконечность», эта работа равна по модулю энергии одной части в гравитационном поле другой до разрушения:

$$A = -E_n = G \cdot (M/2)^2/R,$$

Данные из сопроводительных таблиц могут быть использованы в любой задаче.

где M – масса «целого» Энцелада, а R – расстояние между центрами масс его половин, примерно равное радиусу спутника. Подставив табличные данные, получаем

$$A = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (0,55 \cdot 10^{20})^2 / 2,5 \cdot 10^5 \approx 8 \cdot 10^{23} \text{ Дж.}$$

С другой стороны, наибольшее выделение энергии происходит при аннигиляции материи. Шаролёт массой m обладает энергией покоя $E_0 = mc^2$. Поэтому масса шаролёта, которая могла бы вызвать разрушение Энцелада, должна быть не менее

$$m = 8 \cdot 10^{23} \text{ Дж} / (3 \cdot 10^8 \text{ м/с})^2 \approx 9 \cdot 10^6 \text{ кг} = 9000 \text{ тонн.}$$

Для сравнения: масса МКС – около 400 тонн.

(*) *Примечание. В данном варианте решения предполагается разрушение Энцелада на две равные части. При предположении разрушения «в пыль» нужно считать, что $A = 0,6 GM^2/R$, и, соответственно, $m \approx 2200$ тонн.*

6. Звёзды по Гиппарху. У Гиппарха разница в одну звездную величину соответствует отношению светимостей в 2 раза, а современная в 2,512 раза (точнее – в 10 раз различаются светимости с разницей звёздных величин 2,5). Обозначим световой поток от Сириуса через I_s , а поток от звезды m (предельная звёздная величина, видимая невооружённым глазом, по современной шкале) – через I_6 . Значит, по Гиппарху

$$I_6/I_s = 2^{-\Delta m(\text{Гип})}$$

По современной шкале (формула Погсона)

$$I_6/I_s = 10^{-0,4\Delta m(\text{Пог})}$$

Таким образом

$$2^{-\Delta m(\text{Гип})} = 10^{-0,4\Delta m(\text{Пог})}$$

$$\lg[2^{-\Delta m(\text{Гип})}] = \lg[10^{-0,4\Delta m(\text{Пог})}]$$

$$\lg 2 \cdot \Delta m(\text{Гип}) = \lg 10 \cdot 0,4\Delta m(\text{Пог})$$

$$\Delta m(\text{Гип}) = [0,4 / \lg 2] \cdot \Delta m(\text{Пог}) = [0,4 / 0,301] \cdot \Delta m(\text{Пог}) = 1,33 \cdot \Delta m(\text{Пог})$$

$$m_6(\text{Гип}) = m_s(\text{Гип}) + 1,33 \cdot [m_6(\text{Пог}) - m_s(\text{Пог})] = 1 + 1,33 \cdot [6 - (-1,46)] = 10,92 \approx 11.$$

Итак, если бы мы приняли систему звёздных величин по Гиппарху, говорили бы, что человеческий глаз видит звёзды до 11-й величины.

7. Прохождения Меркурия в XXI веке.

7.1. Для земного наблюдателя внутренняя планета может спроецироваться на диск Солнца только тогда, когда в момент нижнего соединения она находится вблизи плоскости эклиптики, то есть вблизи узлов своей орбиты. Узлы орбиты Меркурия ориентированы в пространстве так, что на одной линии с ними Земля оказывается в мае и ноябре.

7.2. Белый медведь видит только майские прохождения, поскольку в мае на Северном полюсе Солнце над горизонтом, а в ноябре – под горизонтом. В XXI веке медведь увидит 5 из 14 прохождений или примерно 36%.

Аналогично пингвин может наблюдать только ноябрьские прохождения, но не майские, в XXI веке он увидит 9 из 14 прохождений или примерно 64%.

А вот увидит ли жираф какое-либо прохождение, зависит от того, в какое время суток они происходят. Очевидно, что жираф увидит все прохождения, которые

Данные из сопроводительных таблиц могут быть использованы в любой задаче.

начинаются, когда Солнце над горизонтом (вероятность такой ситуации 50%), плюс те прохождения, в течение которых Солнце взойдёт (поскольку средняя продолжительность прохождения – 5 часов, вероятность такой ситуации равна $5/24$ или 21%). Таким образом, для жирафа вероятность увидеть прохождение равна 71%.

Таким образом, больше всего прохождений увидит жираф (71%), чуть меньше (64%) – пингвин, а меньше всего (36%) – медведь.

7.3. На рисунках надо изобразить грустного белого медведя, который видит меньше всего прохождений Меркурия и довольных (своими наблюдениями) жирафа и пингвина.

7.4. Орбита Меркурия существенно эллиптическая, причём перигелий этой орбиты относительно Солнца располагается в том направлении, в котором Земля бывает в ноябре, а афелий – в мае. Поэтому при ноябрьских прохождениях, вблизи перигелия своей орбиты, планета находится ближе к Солнцу (и дальше от Земли), и потому проецируется на диск Солнца чаще, чем при майских прохождениях, вблизи афелия.

8. Затмение. Поскольку фото сделано в 4:42 UT, можно сразу исключить пункты с долготами от $19,5^\circ$ в.д. до $160,5^\circ$ з.д. – там Луна под горизонтом. Поскольку затмение происходит 21 января, исключим также высокие южные широты – там полярный день или белые ночи.

Фотографии сделаны за 30 минут до максимальной фазы. В этот момент Луна была в зените над точкой, расположенной примерно на $7,5^\circ$ восточнее центра острова Куба. Это Атлантический океан, восточнее Багамских островов, поэтому логично предположить, что ни одна из фотографий не сделана в зените, с нулевым параллаксом.

Теперь определим стороны горизонта на фото. Центральный меридиан на лунном диске проходит правее кратеров Платон, Архимед и Тихо. Проведя его, убедимся, что направление на север слегка наклонено относительно «верха» фото. Учтя это, установим, что пункты 3 и 4 расположены примерно на одном меридиане, а пункты 1 и 4 – примерно на одной параллели. Вследствие суточного параллакса из более северного пункта Луна проецируется в более южную (нижнюю) точку неба, а из более восточного – в более западную (правую). [Проще всего получить представление о взаимном расположении пунктов наблюдения можно, перевернув лист относительно направления восток-запад и посмотрев на него на просвет].

Осталось определить расстояния между пунктами. Известно, что горизонтальный параллакс Луны составляет около одного градуса, а размер лунного диска – примерно полградуса. На фото диск имеет диаметр 55 мм, поэтому стандартной базе параллакса (радиус Земли в проекции или 10000 км вдоль большого круга) соответствует параллактическое смещение 11 см. Учитывая масштаб фотографии, получим, что пункт 4 находится севернее пункта 3 примерно на 2000 км, а пункты 5, 6 и 7 – на 4000 км к северо-северо-востоку от пункта 4. Пункт 1 западнее пункта 4 на 8500 км, пункт 2 расположен на 3000 км юго-восточнее пункта 1, между пунктами 2 и 3 около 6500 км под небольшим углом к параллели.

Найдём подходящие пункты. Подлунная точка должна быть где-то между пунктами наблюдения; не будь точка с нулевым параллаксом где-то в центре кадра, у той или иной из Лун параллакс превысил бы наибольшее возможное значение. Самые северные точки 5, 6, 7 находятся в западной Европе, самая западная точка 1 – на юго-востоке Северной Америки. Тогда точка 2 – на каком-то из островов Карибского моря, а 4 и 5 – на западном побережье северной Африки или на соседних с ним островах. [При смещении к югу в открытом океане оказывается точка 3, а при смещении к северу – точка 2].

Данные из сопроводительных таблиц могут быть использованы в любой задаче.

Пункты наблюдения, согласно источнику: 1 – штат Джорджия (США), 2 – Доминиканская республика, 3 – острова Зелёного Мыса, 4 – Канарские острова, 5, 6, 7 – Германия, Австрия, Чехия.

Источник:

http://images.astronet.ru/pubd/2020/02/05/0001607749/LunarParallaxC_PonEtal_960_annotated.jpg

Подробные сведения о затмении: <http://www.eclipsewise.com/oh/oh-figures/ec2019-Fig02.pdf>

Данные из сопроводительных таблиц могут быть использованы в любой задаче.