

XXIII Открытая олимпиада Центральной России – LVII Олимпиада ННЦ по астрономии и физике космоса

Решения задач для 9 класса

1. Открытие Антарктиды.

- 1.1. Русская экспедиция, конечно, вела записи по «старому стилю» – Юлианскому календарю, по которому Россия жила до февраля 1918 года. В XIX веке различие стилей составляло 12 дней, поэтому дата открытия Антарктиды по «новому стилю» – 28 января. Юбилей открытия отпраздновали 28 января 2020 года.
- 1.2. 28 января 2020 года был вторник. В двухстах прошедших григорианских годах было 49 високосных лет: все, кратные четырём, кроме 1900-го. Таким образом, общее число дней, прошедших между открытием и юбилеем – $200 \times 365 + 49 = 73049$, или 10435 полных недель и ещё четыре дня. Четыре дня ранее вторника – это пятница. Следовательно, Антарктида была открыта в пятницу.

2. **Затмение в Тибете.** Во второй половине июня Солнце находится вблизи точки летнего солнцестояния, поэтому его склонение можно оценить как $\delta = \varepsilon = 23^\circ 26'$. Светило кульминирует в верхней кульминации на высоте

$$h = 90^\circ - \varphi + \varepsilon,$$

в нашем случае:

$$h = 90^\circ - 30^\circ 46' + 23^\circ 26' = 82^\circ 40'.$$

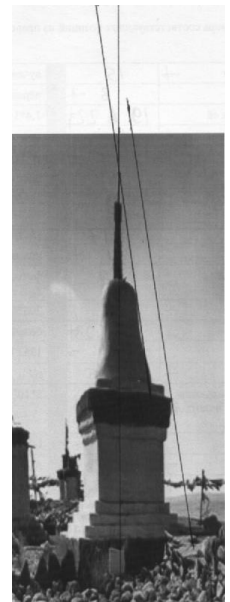
Если считать ступу вертикальным столбом высоты 4,4 м, то длина её тени (*) в солнечных лучах (в том числе, и от частично затменного Солнца) будет равна:

$$L = H \cdot \operatorname{ctg} h = 4,4 \text{ м} \times \operatorname{ctg} 82^\circ 40' = 0,57 \text{ м} = 57 \text{ см}.$$

(*) *строго говоря, это не тень, а полутень, так как создаётся она только частью солнечного диска (или кольца во время затмения).*

Однако, когда Солнце находится близко к зениту, ступу едва ли можно считать вертикальным столбом. Рассмотрим её реальную форму, используя в качестве образца ступы фотографию, приложенную к задаче. Сделав соответствующие построения (см. рисунок), легко убедиться, что тень от верхушки сооружения, образованная лучами, падающими под углом $7^\circ 20'$ к вертикали, падает на колокол ступы и не достаёт не только до земли, но даже до постамента. Следовательно, в создании тени на земле верхушка ступы не участвует, тень от вершины целиком находится внутри тени от постамента.

Зная высоту всего сооружения, можно по фотографии оценить высоту постамента. Поскольку постамент не обладает осевой симметрией, длина его тени будет также зависеть от того, как он ориентирован по сторонам горизонта. Достроив чертёж поверх фотографии, убеждаемся, что тень постамента гораздо длиннее, чем была бы тень шпиля, достань она до земли, а именно – примерно 86 см (от оси памятника).



Данные из сопроводительных таблиц могут быть использованы в любой задаче.

3. Южный Крест. Вега из Антарктиды действительно не видна: светило со склонением $+38^\circ$ южнее параллели 52° южной широты не восходит. Иное дело Сириус, склонение которого -17° : южнее 73° южной широты он станет незаходящим, да и в прибрежной части материка Сириус находится над горизонтом большую часть суток. Если бы герою стихотворения удалось приблизиться к полюсу, он обязательно увидел бы эту ярчайшую из звёзд.

Если же герой стихотворения действительно видит на тёмном небе Южный Крест, но не видит Сириус, значит, он находится севернее 73° параллели, где Сириус ненадолго заходит за горизонт. Это может быть восточное побережье материка или Антарктический полуостров.

Прямое восхождение Сириуса – 6^h40^m ; его нижняя кульминация происходит в местную полночь тогда, когда Солнце имеет такое же прямое восхождение – то есть в начале июля. В этот период в Антарктиде, за исключением самых северных районов, полярная ночь, и незаходящий Южный Крест прекрасно виден на тёмном небе. [Точный расчёт показывает, что на широте 70° ю.ш. Сириус находится под горизонтом около 4 часов, и эти часы приходятся на тёмное время суток с апреля по август]. Оказывается, описанный поэтом астрономический пейзаж в Антарктиде всё же реален.

Может быть, нереально другое, само путешествие по Антарктиде в зимний сезон? Сами завершающие рывки к полюсу – да, они были во время антарктического лета. Но во время подготовки к этому рывку экспедиции зимовали, причём на весьма высоких широтах, 77° – 80° ю.ш.

4. Кольцо солнечного диска. Во время затмения лунный диск затмевает $0,994^2 = 0,988036 \approx 0,988$ площади солнечного диска. Светить будет лишь незакрытая часть (кольцо) солнечного диска. В кольце остаётся примерно $1 - 0,988 = 0,012$ общей площади солнечного диска.

$$\Delta m = -2,5^m \lg 0,012 \approx 4,8^m.$$

Ответ: на $4,8$ звёздной величины.

Примечание. В реальности – больше. Из-за потемнения к краю солнечного диска яркость его внешнего кольца явно меньше, кольцо светит слабее, чем $1,2\%$ от всего диска, звёздная величина Солнца изменится больше, чем на $4,8$ звёздной величины.

5. Тесное соединение.

5.1. 21 декабря 2020 года Юпитер и Сатурн для земного наблюдателя будут находиться вблизи соединения (т.к. Солнце в этот день в Стрельце, близко к Козерогу). Это означает, что расстояние от Земли до Юпитера составит $1 \text{ а.е.} + 5,2 \text{ а.е.} = 6,2 \text{ а.е.}$, до Сатурна – $1 \text{ а.е.} + 9,6 \text{ а.е.} = 10,6 \text{ а.е.}$. Из рисунка видим, что Земля, Юпитер и Сатурн образуют треугольник, в котором угол «Сатурн» и угол «Земля» соотносятся также, как расстояния «Земля-Юпитер» и «Сатурн-Юпитер», то есть, как $6,2/4,4$. Таким образом, Юпитер и Земля из окрестностей Сатурна будут видны под углом

$$\beta = 6' \times 6,2/4,4 = 8,5'.$$

5.2. Поскольку 21 декабря Юпитер и Сатурн для земного наблюдателя будут находиться вблизи соединения, для наблюдателя на Юпитере Сатурн будет виден вблизи противостояния, (а для наблюдателя на Сатурне Юпитер – вблизи нижнего соединения). Снова в одном созвездии для земного наблюдателя эти планеты окажутся через один взаимный синодический период (период повторения конфигураций). Найдём его:

Данные из сопроводительных таблиц могут быть использованы в любой задаче.

$$S = T_{\text{ЮТс}} / (T_{\text{с}} - T_{\text{Ю}}) = 11,87 \times 29,67 / (29,67 - 11,87) = 19,79 \text{ лет (примерно 20 лет).}$$

При этом Сатурн пройдёт $19,79/29,67 = 0,667$ зодиакального круга, т.е. 240 градусов (а Юпитер – один полный круг и ещё 240 градусов). Планеты будут на 120 градусов западнее точки зимнего солнцестояния, т.е. на 30 градусов западнее точки осеннего равноденствия – в созвездии Льва.

- 5.3.** Для повторения этой конфигурации в Козероге потребуется три таких периода, т.е. 59,37 года. Юпитер и Сатурн встретятся в Козероге в начале 2080 года. (Моделирование на электронном планетарии показывает дату 15 марта 2080 года).

6. Глобус.

- 6.1.** Диаметр Земли – 12 800 км (= 1 280 000 000 см), глобуса – 32 см; значит, модель выполнена в масштабе 1 : 40 000 000. При равной средней плотности шаров масса пропорциональна кубу радиуса. Поэтому масса наполненного глобуса будет меньше массы Земли в $(40000000)^3$ раз, т.е. в $6,4 \times 10^{22}$ раз, и равна примерно 9,4 кг.
- 6.2.** Т.к. толщина и плотность пластмассы не изменилась, масса полой планеты пропорциональна квадрату её радиуса. Масса полой планеты будет больше массы глобуса в $(40000000)^2$ раз, т.е. в $1,6 \times 10^{15}$ раз, и равна $1,12 \times 10^{15}$ кг.
- 6.3.** Как мы выяснили в предыдущем пункте, масса полой планеты пропорциональна квадрату её радиуса. Масса полой планеты размером с Землю в

$$5,97 \times 10^{24} \text{ кг} / 1,12 \times 10^{15} \text{ кг} = 5,33 \times 10^9 \text{ раз}$$

меньше массы Земли. Таким образом, размер модели Земли, сделанной из массы всей Земли, будет в

$$(5,33 \times 10^9)^{1/2} = 7,3 \times 10^4 \text{ раза}$$

больше размера настоящей Земли. Её диаметр составит

$$7,3 \cdot 10^4 \times 1,28 \cdot 10^4 \text{ км} \approx 9,3 \cdot 10^8 \text{ км},$$

что равно 6,2 астрономическим единицам. Диаметр такого глобуса больше расстояния от Солнца до Юпитера.

7. Прохождения Меркурия в XXI веке.

- 7.1.** Для земного наблюдателя внутренняя планета может спроецироваться на диск Солнца только тогда, когда в момент нижнего соединения она находится вблизи плоскости эклиптики, то есть вблизи узлов своей орбиты. Узлы орбиты Меркурия ориентированы в пространстве так, что на одной линии с ними Земля оказывается в мае и ноябре.
- 7.2.** Белый медведь видит только майские прохождения, поскольку в мае на Северном полюсе Солнце над горизонтом, а в ноябре – под горизонтом. В XXI веке медведь увидит 5 из 14 прохождений или примерно 36%.

Аналогично пингвин может наблюдать только ноябрьские прохождения, но не майские, в XXI веке он увидит 9 из 14 прохождений или примерно 64%.

А вот увидит ли жираф какое-либо прохождение, зависит от того, в какое время суток они происходят. Очевидно, что жираф увидит все прохождения, которые начинаются, когда Солнце над горизонтом (вероятность такой ситуации 50%), плюс те прохождения, в течение которых Солнце взойдёт (поскольку средняя продолжительность прохождения – 5 часов, вероятность такой ситуации равна $5/24$ или 21%). Таким образом, для жирафа вероятность увидеть прохождение равна 71%.

Таким образом, больше всего прохождений увидит жираф (71%), чуть меньше (64%) – пингвин, а меньше всего (36%) – медведь.

Данные из сопроводительных таблиц могут быть использованы в любой задаче.

- 7.3. На рисунках надо изобразить грустного белого медведя, который видит меньше всего прохождений Меркурия и довольных (своими наблюдениями) жирафа и пингвина.
- 7.4. Орбита Меркурия существенно эллиптична, причём перигелий этой орбиты относительно Солнца располагается в том направлении, в котором Земля бывает в ноябре, а афелий – в мае. Поэтому при ноябрьских прохождении, вблизи перигелия своей орбиты, планета находится ближе к Солнцу (и дальше от Земли), и потому проецируется на диск Солнца чаще, чем при майских прохождении, вблизи афелия.
8. **Затмение.** Поскольку фото сделано в 4:42 UT, можно сразу исключить пункты с долготами от $19,5^\circ$ в.д. до $160,5^\circ$ з.д. – там Луна под горизонтом. Поскольку затмение происходит 21 января, исключим также высокие южные широты – там полярный день или белые ночи.

Фотографии сделаны за 30 минут до максимальной фазы. В этот момент Луна была в зените над точкой, расположенной примерно на $7,5^\circ$ восточнее центра острова Куба. Это Атлантический океан, восточнее Багамских островов, поэтому логично предположить, что ни одна из фотографий не сделана в зените, с нулевым параллаксом.

Теперь определим стороны горизонта на фото. Центральный меридиан на лунном диске проходит правее кратеров Платон, Архимед и Тихо. Проведя его, убедимся, что направление на север слегка наклонено относительно «верха» фото. Учтя это, установим, что пункты 3 и 4 расположены примерно на одном меридиане, а пункты 1 и 4 – примерно на одной параллели. Вследствие суточного параллакса из более северного пункта Луна проецируется в более южную (нижнюю) точку неба, а из более восточного – в более западную (правую). [Проще всего получить представление о взаимном расположении пунктов наблюдения можно, перевернув лист относительно направления восток-запад и посмотрев на него на просвет].

Осталось определить расстояния между пунктами. Известно, что горизонтальный параллакс Луны составляет около одного градуса, а размер лунного диска - примерно полградуса. На фото диск имеет диаметр 55 мм, поэтому стандартной базе параллакса (радиус Земли в проекции или 10000 км вдоль большого круга) соответствует параллактическое смещение 11 см. Учитывая масштаб фотографии, получим, что пункт 4 находится севернее пункта 3 примерно на 2000 км, а пункты 5, 6 и 7 – на 4000 км к северо-северо-востоку от пункта 4. Пункт 1 западнее пункта 4 на 8500 км, пункт 2 расположен на 3000 км юго-восточнее пункта 1, между пунктами 2 и 3 около 6500 км под небольшим углом к параллели.

Найдём подходящие пункты. Подлунная точка должна быть где-то между пунктами наблюдения; не будь точка с нулевым параллаксом где-то в центре кадра, у той или иной из Лун параллакс превысил бы наибольшее возможное значение. Самые северные точки 5, 6, 7 находятся в западной Европе, самая западная точка 1 – на юго-востоке Северной Америки. Тогда точка 2 – на каком-то из островов Карибского моря, а 4 и 5 – на западном побережье северной Африки или на соседних с ним островах. [При смещении к югу в открытом океане оказывается точка 3, а при смещении к северу – точка 2].

Пункты наблюдения, согласно источнику: 1 – штат Джорджия (США), 2 – Доминиканская республика, 3 – острова Зелёного Мыса, 4 – Канарские острова, 5, 6, 7 – Германия, Австрия, Чехия.

Источник:

http://images.astronet.ru/pubd/2020/02/05/0001607749/LunarParallaxC_PonEtal_960_annotated.jpg

Подробные сведения о затмении: <http://www.eclipsewise.com/oh/oh-figures/ec2019-Fig02.pdf>

Данные из сопроводительных таблиц могут быть использованы в любой задаче.